

LXIII олимпиада по математике учащихся Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 9 декабря 2015 года
XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Реши систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$
2. При каких значениях параметра p значение выражения $(px)^2 - x^2 + 2px - 2x + 2$ будет положительным при любом значении x ?
3. В олимпиаде по математике принимали участие 2015 учеников. Всего было 5 задач, причём:
хотя бы одну задачу решило в 7 раз больше учеников, чем хотя бы две задачи,
хотя бы две задачи решило в 7 раз больше учеников, чем хотя бы три задачи,
хотя бы три задачи решило в 7 раз больше учеников, чем хотя бы четыре задачи,
хотя бы четыре задачи решило в 5 раз больше учеников, чем решило все 5 задач.
Найдите сколько участников не решило ни одной задачи
4. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается сторон треугольника AB , BC и CA в точках K , L и M соответственно. Найди величину угла KLM , если величина угла BAC равна 40 градусам.
5. В замке N комнат расположены друг за другом. В каждой из комнат находится один выключатель света. Робот Рома ходит по комнатам и меняет положение выключателей. Когда он идёт в одну сторону, то меняет положение выключателя, двигаясь обратно он выключатели не трогает. За первый заход он переключает каждый выключатель, за второй заход — каждый второй выключатель, за третий заход — каждый третий выключатель и так далее. Всего робот делает N заходов. Вначале во всех комнатах свет выключен.
 - 1) В скольких комнатах включен свет, если $N = 10$?
 - 2) В скольких комнатах включен свет, если $N = 500$?